1°/ Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbf{N}, -1 \leq u_n \leq 0$.

2°/ Montrer que (u_n) est une suite décroissante.

3°/ Montrer que (u_n) est convergente et calculer sa limite.

Exercice 12 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+4} & si\ x \leq 0 \\ f(x) = \dfrac{2}{x+1} - x & si\ x > 0 \end{cases}$

1°/ Montrer que f est continue sur $\mathbf{R}$.

2°/a) Etudier la dérivabilité de f en 0.

b) Interpréter géométriquement le résultat.

3°/a) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 0[$ et $]0, +\infty[$.

b) Montrer que C_f admet une asymptote oblique Δ.

4°/ Etudier la position de C_f par rapport à Δ.

5°/ Tracer C_f dans un plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 13 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}_+$ par $f(x) = x - \dfrac{1}{x\sqrt{x}+1}$.

1°/ Etudier la dérivabilité de f à droite en $x_0 = 0$.

2°/ Ecrire une équation de la tangente Δ à C_f en A d'abscisse $x_0 = 0$.

3°/ Etudier la position de C_f et Δ.

4°/a) Montrer que C_f admet une asymptote oblique D.

b) Etudier la position de C_f et D.

5°/a) Etudier les variations de f.

b) Tracer C_f dans un plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 14 :

Soit f : $[0, \pi] \to \mathbf{R}$

$$x \mapsto 1 + \frac{1}{2}\cos x$$

1°/ Etudier les variations de f.

2°/ Montrer que C_f admet un seul point d'inflexion I.